

Geogebra 入门教程

(通过实例学Geogebra)

根据 *Introduction to Geogebra*

(*Judith Hohenwarter and Markus Hohenwarter* 著)

翻译和编写的Geogebra简体中文学习资料

目 录

1. Geogebra 软件简介	1
概述	1
Geogebra 使用入门	2
2. 绘图与几何构造	5
实例 1: 绘制几何图形和其它对象	5
实例 2: 保存 Geogebra 文件	6
实例 3: 绘制, 构造, 和拖动 (略, 参见《Introduction to Geogebra》的练习 5)	6
实例 4: 构造矩形	6
实例 5: 构造等边三角形	7
3. 练习区 I	9
实例 I.a 构造正方形 (等级: 基本任务)	9
实例 I.b 构造正六边形 (等级: 基本任务)	10
实例 I.c 三角形的外接圆 (等级: 高级任务)	11
实例 I.d 演示 泰勒斯定理 (Theorem of Thales) (等级: 高级任务)	11
4. 基本代数输入、命令和函数	12
实例 8a: 构造一个圆的切线 (1)	13
实例 8b: 构造一个圆的切线 (2)	13
任务: 请使用“命令”和代数输入来完成前面的“圆的切线”的构造。	13
实例 9: 探究二次多项式的参数	14
实例 10: 使用“滑杆”改变参数	15
实例 11: 函数库	16
5. 输出图形到剪切板	17
实例 12: 输出图形到剪切板	18
6. 练习区 II	19
实例 II.a: 线性方程的参数 (级别: 基础任务)	19
实例 II.b: 介绍导数——斜率函数 (斜率的变化函数) (等级: 高级任务)	20
7. 在图形窗口中插入图片	21
实例 13: 对称图形的绘制工具	21

实例 14a: 对图片改变大小和建立镜像	22
实例 14b: 图片变形	23
实例 14c: 探究反射的特性	24
8. 在图形窗口中插入文本	25
实例 15: 反射点的坐标	25
实例 16: 一个多边形的旋转	27
9. 练习区 III	28
实例 III.a: 演示一个方程组 (级别: 基础任务)	29
实例 III.b: 移动图片 (级别: 基础任务)	29
实例 III.c: 构造斜率三角形 (级别: 高级任务)	30
实例 III.d: 探索卢浮宫金字塔 (级别: 高级任务)	32
10. 构造静态教学资料	33
实例 17a: 将图形保存为文件	33
实例 17b: 在 MS Word 中插入图形	34
11. 制作动态活页练习	34
介绍: Geogebra 的维基 (Wiki) 和用户论坛 (User Forum)	34
实例 18a: 制作动态活页练习	35
实例 18b: 改进动态活页练习	37
实例 18c: 准备同学们的动态活页练习	38
12. 练习区 IV	38
实例 IV.a: 面积和相似几何形状的关系	39
实例 IV.b: 演示三角形的内角和 (级别: 基础任务)	40
实例 IV.c: 演示数轴上的整数加法 (级别: 高级任务)	42
实例 IV.d: 制作一个七巧板拼图游戏 (级别: 高级任务)	44
跋	46

1. Geogebra 软件简介

概述

GeoGebra 是一套结合几何、代数、数据表、图形、统计和计算的动态数学软件，同时具有处理代数与几何的功能。一方面，GeoGebra 是一个动态的几何软件。可以在上面画点、线段、直线、向量、多边形、圆锥曲线，甚至是函数，并且可以改变它们的属性。另一方面，可以直接输入函数和点坐标，也就是说，GeoGebra 也有处理变量的能力（这些变量可以是一个数字、角度、向量或点坐标），它也可以对函数作微分与积分，找出方程式的根或计算函数的极大极小值等。这些特性，解决了传统教学的难点，可以充分发挥教师的教学思想。GeoGebra 几乎可以完成从启蒙教育到大学教育中的所有的数学教学。

此外，GeoGebra 是一个在 Java 虚拟机环境上执行的解析几何作图程序，可以说是一个基于 Java 的数字平面直角坐标系统。所以用 GeoGebra 做出来的动态图文件，可以轻易的在不同操作系统，如 Windows、Linux、FreeBSD、Mac 等不同的操作系统上执行。或可以在不同执行平台，如 Microsoft IE、Mozilla Firefox 等不同的网络浏览器上完整而无碍的执行。

目前 GeoGebra 是由 Markus Hohenwarter 及一个国际性的软件开发团队共同开发，目的是设计一个易学易用的数学教学工具。已经获得了多项欧洲和美国的大奖。

✚ 主要特点

- ✚ 图形、代数和数据表动态结合。
- ✚ 易用的界面，且功能强大。
- ✚ 含有可以创建诸如网页等互动学习材料的编辑工具。
- ✚ 多语言跨平台。
- ✚ 自由的开源软件。

✚ 已获得的奖励

- ✚ NTLC Award 2010: National Technology Leadership Award 2010 (Washington D.C., USA)
- ✚ Tech Award 2009: Laureat in the Education Category (San Jose, California, USA)
- ✚ BETT Award 2009: Finalist in London for British Educational Technology Award
- ✚ SourceForge.net Community Choice Awards 2008: Finalist, Best Project for

Educators

- ✎ AECT Distinguished Development Award 2008: Association for Educational Communications and Technology (Orlando, USA)
- ✎ Learnie Award 2006: Austrian Educational Software Award for "Wurfbewegungen mit GeoGebra" (Vienna, Austria)
- ✎ eTwinning Award 2006: 1st prize for "Crop Circles Challenge" with GeoGebra (Linz, Austria)
- ✎ Comenius 2004: German Educational Media Award (Berlin, Germany)
- ✎ Learnie Award 2005: Austrian Educational Software Award for "Spezielle Relativitätstheorie mit GeoGebra" (Vienna, Austria)
- ✎ Digita 2004: German Educational Software Award (Cologne, Germany)
- ✎ EASA 2002: European Academic Software Award (Ronneby, Sweden)

✎ 使用须知

- ✎ 只要遵守版权声明，就可以免费使用提供的所有资源。
- ✎ 使用 GeoGebra 之前，一定要先确定计算机中已经安装了 Java 运行环境 才行，否则将无法执行。

Geogebra 使用入门

✎ 安装 Geogebra

✎ 在 Windows 下的安装

一、安装「单机版」:

1. 安装 Java ;
2. 下载并安装 GeoGebra 3.2 for Windows 。

二、安装「网络版」:

1. 安装 Java ;
2. 安装 GeoGebra 网络版。

【安装「网络版」的好处是：软件如果有更新时，会自动下载并安装，所以你会永远会用到最新版的软件。】

✎ 在 Linux 下的安装

1. 请安装 GeoGebra 网络版

【在你用的浏览器中，你必须将 ".jnlp" 文件与 "javaws" 程序产生关联，

此后，就算没有上网联机，你也可以使用 GeoGebra。】

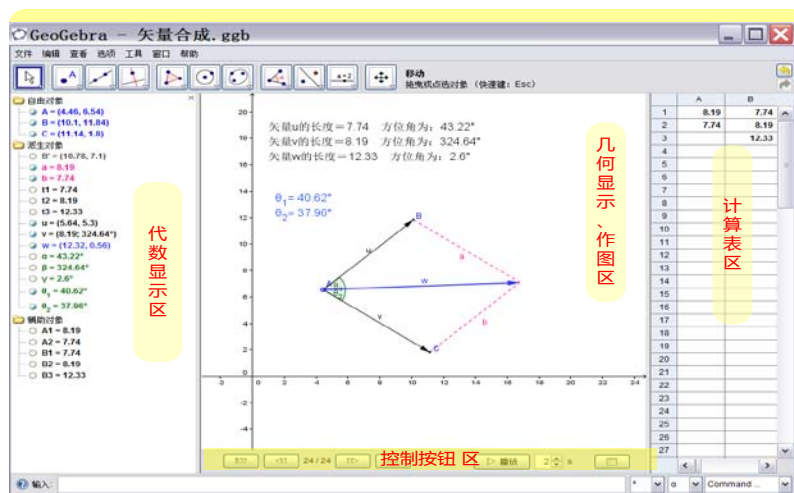
2. 如果安装 GeoGebra 网络版之后，还是不能用，那么你可以将所有的「GeoGebra jar 档」下载下来，然后执行：「java -jar geogebra.jar」。

✎ 其它系统下的安装

其它系统下的安装请参考相关材料，在这里不再赘述。

基本概念

可以把 GeoGebra 这样的动态几何软件，想成一个“数字式的坐标平面作图程序”。这样的程序里，包含了两个主要区域，即代数区和几何区。几何区负责显示对象，如点、线、角、函数图形、方程式图形、参数曲面图形、轨迹、文字、布尔值等，可以让使用者以直观的方式操作与体验。代数区负责列出对象的数学式型态的定义，都是一般数学课本中所熟悉的描述形式。例如点是以【 $P=(2,3)$ 】、直线方程式以【 $L: 2x+3y=5$ 】的形态将其显示。对于每一个对象，可以用鼠标在几何区的『移动功能』下选取或代数区中直接选取，之后可以按鼠标右键点选出它的属性窗口，进行此对象各个属性的调整编辑，如名称、定义、样式、大小、装饰、显示条件、显示型式、在几何区的显示状态等，接口简单易懂，极易操作。另外此区将对象分成【自由对象】、【派生对象】两类，例如直线可能就是两个点的派生对象。而不管是自由物件或派生对象皆可以被归类于【辅助对象】，并可在菜单中设定是否在代数区中显示出来。



对象的建立方式，可以用直观的几何方式或精确的代数定义方式来建立。几何建立方式就是先选取上方功能按钮后，再依规则操作。代数建立方式则为在下方输入列，直接以指令方式输入，例如建立一个点为【 $A=(3,2)$ 】，其余对象的输入语法，可以查阅菜单中的【说明】，或先以几何方式建立后，在其属性窗口中，可以查阅和修改其定义，这是比较简单的方法。对于已经制作完成的 ggb 档，也可以在播放按钮区的【查看作图过程】菜单中调整每个对象的顺序。

结果输出

制作完成的文档，将以“.ggb”的扩展名保存，也可以导出为图片、网页

等形式。此外，可以将 **ggb** 文件直接内嵌于动态网页中，并在网页浏览器中直接操作。另外 **GeoGebra** 也支持 **LATEX** 数学式标示语言。

⊕ 参考网站

Geogebra 的主页 <http://www.GeoGebra.org/> 上包含从介绍到使用经验分享的所有内容。

2. 绘图与几何构造

实例 1：绘制几何图形和其它对象

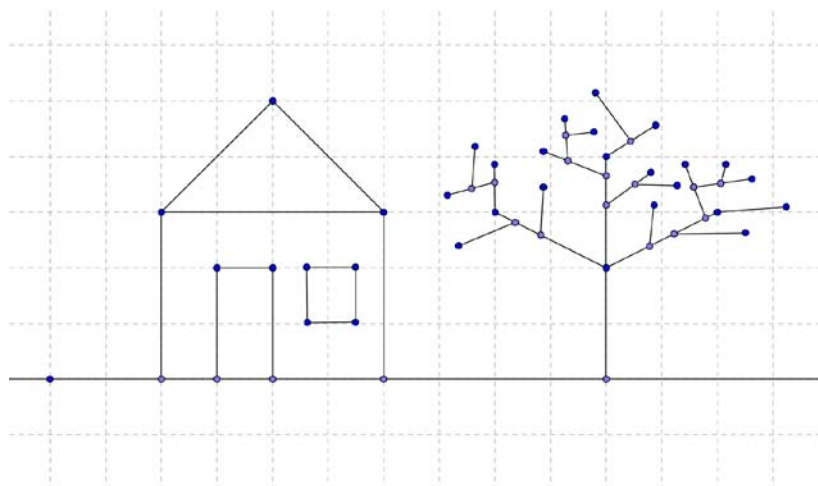
准备工作：

隐藏【代数区】和【坐标轴】

<菜单【查看】>

显示【网格】

<菜单【查看】>



使用 Geogebra 绘制

使用鼠标和下面的工具选项来绘制上面的图形（例如：矩形、屋子、树、……）。

 新点	 擦除对象
 移动	 撤销/重做
 过两点的直线	 移动绘图板
 两点间的线段	 放大/缩小

活动内容：

怎样选择一个已经存在的对象？

提示：当鼠标指针悬停在一个对象上方时，对象将会变为高亮，并且鼠标指针也由十字变为箭头。点击就可以选中相应的对象。

怎样创建一个位于对象上的点？

提示：位于对象上面点显示为浅蓝色。通过使用鼠标来拖动该点，可以明确地判断出点和对象的关系。

🔻 怎样使用【撤销】和【重做】按钮来一步一步地改正错误？

提示：有些工具允许应时地创建“点”，并不需要事先建立好。例如：使用【线段】工具创建线段时，可以使用已经存在的两个点，也可以在没有点的地方根据需要通过点击鼠标直接创建所需的点。

提示：绘制直线/线段时按住键盘上的 Alt 键，可以 15° 为单位来选择倾斜角。

实例 2：保存 Geogebra 文件

✚ 保存绘图

🔻 打开【文件】菜单选择【保存】。

🔻 选择目标文件夹，命名文件名称（文件的扩展名为“.ggb”）。

🔻 点击【确定】。

实例 3：绘制，构造，和拖动（略，参见《Introduction to Geogebra》的练习 5）

实例 4：构造矩形

✚ 准备工作：

🔻 在构造结构之前，总结一下矩形的特征；

🔻 新建一个 Geogebra 文档；

🔻 隐藏【代数区】、【复制到命令框】和【坐标轴】。（菜单【查看】）

🔻 将【对象标签】设置为【只显示新点标签】。（菜单【选项】→【对象标签】）

✚ 介绍新工具

🔻 【垂线】和【平行线】工具

提示：点击一个已经存在的线和点，就可以建立该线的垂线/平行线

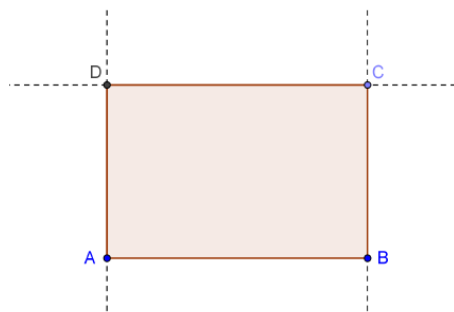
🔻 【交点】工具

提示：选择两个相交的对象或者直接点击两对象的交点。

🔻 【多边形】工具

提示：依次点击多边形的所有顶点，最后再点击一次“第一个顶点”，就构成了一个多边形。

提示：使用时可以参照工具条上的帮助信息。



✚ 构造过程

1		线段 AB
2		通过点 B 的线段 AB 的垂线
3		在垂线上的新点 C
4		通过 C 点的线段 AB 的平行线
5		通过点 A 的线段 AB 的垂线
6		交点 D
7		多边形 $ABCD$
8		保存

✚ 检查你的构造

- ✚ 使用拖动测试来检查构造是否正确；
- ✚ 使用【作图过程】（【显示】菜单）来一步一步地回顾矩形的构造过程；
 - ✧ 试着使用鼠标拖动某行来改变部分构造步骤的顺序。为什么有的可以变更，而有的却不行为？
 - ✧ 通过设置“断点”来将构造步骤分组：
 - 显示【断点】栏（【作图过程】窗口中的【查看】菜单）
 - 通过选择【断点】复选框来将构造步骤分组；
 - 设置选择为【只显示断点】（【作图过程】窗口中的【查看】菜单）
 - 使用导航条来回放构造过程。你设置的满足你的需要不？

实例 5：构造等边三角形

✚ 准备工作

- ✚ 在构造开始之前，先总结一下等边三角形的特点；
- ✚ 建立一个新的 Geogebra 文档；
- ✚ 隐藏【代数区】、【复制到命令框】和【坐标轴】。（【显示】菜单）
- ✚ 将【对象标签】设置为【只显示新点标签】。（菜单【选项】→【对象标签】）

✚ 介绍新工具

✚ 【圆（指定圆心与一点）】工具

提示：首先通过点击鼠标来确定圆心，然后通过点击鼠标来确定半径。

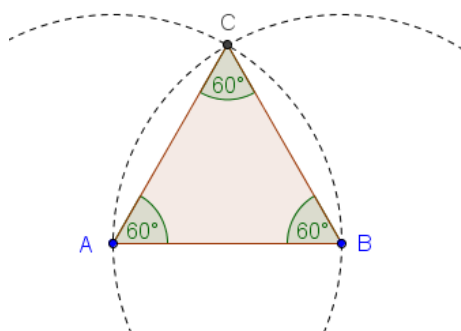
✚ 【显示/隐藏 对象】工具

提示：选择两个相交的对象或者直接点击两对象的交点。

✚ 【测量角度】工具

提示：按逆时针顺序选定点！Geogebra 是按照数学规则来确定角度正方向的。

提示：使用时可以参照工具条上的帮助信息。



✚ 构造过程

1		线段 AB
2		以点 A 为圆心经过点 B 的圆
3		以点 B 为圆心经过点 A 的圆
4		两个圆的交点 C
5		逆时针顺序绘制多边形 ABC
6		隐藏圆
7		显示三角形的内角角度。 提示：对顺时针方向绘制的三角形 ABC 则会显示为外角。
8		保存

✚ 检查你的构造

✚ 使用拖动测试来检查构造是否正确；

✚ 使用【作图过程】（【显示】菜单）来一步一步地回顾矩形的构造过程。

✦ 使用属性对话框来增强自己的构造。

进入属性对话框的途径有：

- ✎ 在对象上点击鼠标右键，选择【属性】进入属性编辑菜单；
- ✎ 也可以在移动模式下双击对象，然后选择【属性】进入属性编辑菜单。

练习内容：

- ✎ 从左边列表中选择不同的对象，然后浏览不同的属性标签。
- ✎ 选择几个对象，然后同时改变它们的属性。

提示：按住 **Ctrl** 键，然后选择所要的对象。

3. 练习区 I

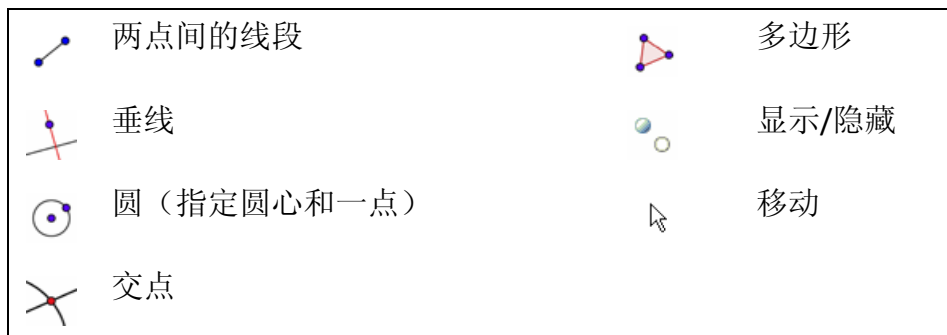
在实习区的一批练习分为两个层次：基本任务和高级任务。你可以选择你喜欢的来单独或者和同伴合作来完成。

✦ 技巧和窍门

- ✎ 总结所要创建的几何图形的特征；
- ✎ 找出可以构造这些图形的绘图工具；
- ✎ 确信自己了解每个工具的使用方法，在需要时，可以参考工具条上的帮助文字；
- ✎ 对每个练习，新建一个 **Geogebra** 文档，然后隐藏代数窗口，输入区和坐标轴；
- ✎ 在开始新的练习前，记着保存文档；
- ✎ 造成错误时别使用【撤销】和【重做】按钮。

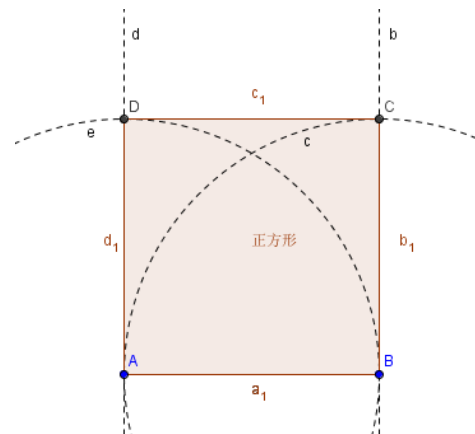
实例 I.a 构造正方形（等级：基本任务）

练习中将会用到下面一些工具，在正式构造正方形前，请先掌握如何使用这些工具。



✚ 绘制过程

- 绘制点 A 和 B 间的线段 $a=AB$;
- 通过 B 点绘制线段 AB 的垂线 b ;
- 以 B 为圆心构造过 A 点的圆 c ;
- 绘制圆 c 和直线 b 的交点 C;
- 通过 A 点绘制线段 AB 的垂线 d ;
- 以 A 为圆心构造过 B 点的圆 e ;
- 绘制圆 e 和直线 d 的交点 D;
- 绘制多边形 ABCD;
- 隐藏圆和直线;
- 通过移动对象来检查构造的正确性。



挑战：能否想出另外的构造正方形的方法？

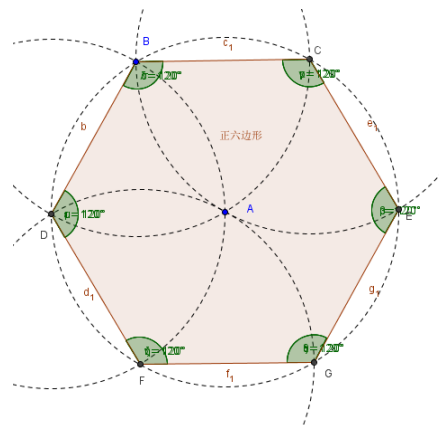
实例 I.b 构造正六边形（等级：基本任务）

练习中将会用到下面一些工具，在正式构造正方形前，请先掌握如何使用这些工具。

	两点间的线段		多边形
	圆（指定圆心和一点）		显示/隐藏
	交点		移动

✚ 绘制过程

- 绘制一个以 A 点为圆心过 B 点的圆;
- 以 B 点为圆心过 A 点绘制另外一个圆;
- 绘制两个圆的交点，得到顶点 C 和 D;
- 以 C 点为圆心绘制过 A 点的圆;
- 绘制新的交点即得顶点 E;
- 以 D 点为圆心绘制过 A 点的圆;
- 绘制新的交点即得顶点 F;
- 以 E 点为圆心绘制过 A 点的圆;
- 绘制新的交点即得顶点 G;
- 绘制多边形 FGECBD;
- 给出正六边形的顶角角度;
- 通过移动对象来检查构造的正确性。



挑战：能否想出另外的构造正方形的方法？

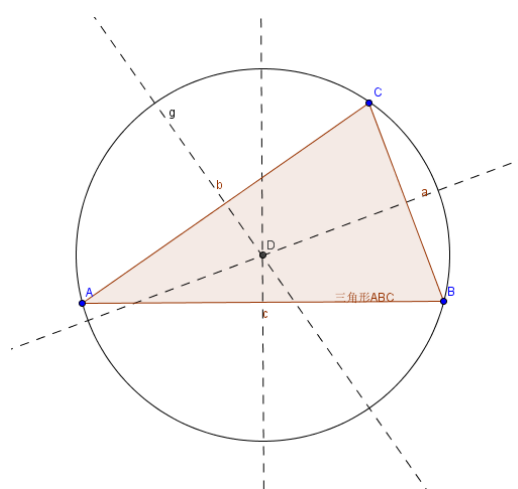
实例 I.c 三角形的外接圆（等级：高级任务）

练习中将会用到下面一些工具，在正式构造正方形前，请先掌握如何使用这些工具。



绘制过程

- 任意绘制一个三角形 ABC ;
- 绘制三角形 ABC 每个边的中垂线;
提示：“中垂线”工具可以直接应用于一个线段。
- 绘制两个中垂线的交点 D ;
提示：两个对象的“交点”工具不能使用在三个对象上，只要选择其中的两个即可。
- 以 D 点为圆心绘制通过三角形 ABC 顶点的圆;
- 以 D 点为圆心绘制过 A 点的圆;
- 通过移动对象来检查构造的正确性。

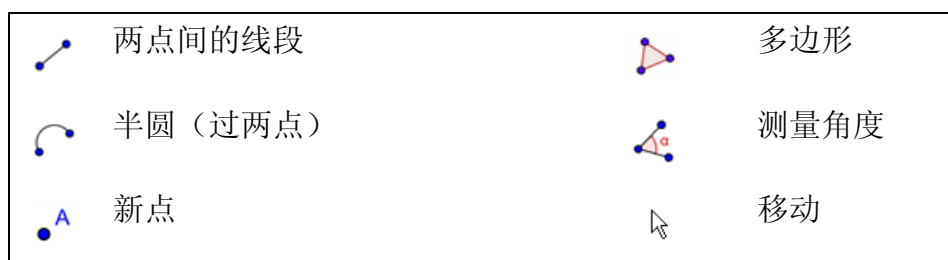


挑战：修改绘制的结构来回答下面的问题：

1. 外接圆的圆心是否可以位于三角形 ABC 的外部？
2. 解释通过上述绘制过程可以构造三角形外接圆的原因。

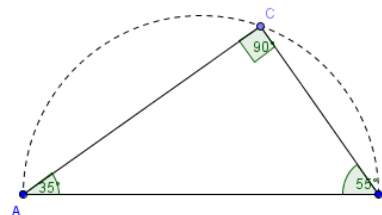
实例 I.d 演示 泰勒斯定理 (Theorem of Thales) (等级：高级任务)

练习中将会用到下面一些工具，在正式构造正方形前，请先掌握如何使用这些工具。



✚ 绘制过程

- 构造线段 AB;
 - 通过点 A 和 B 构造半圆;
提示:选取 A 和 B 点的顺序决定半圆的方向。
 - 在半圆上构造点 C;
 - 构造三角形 ABC;
 - 测量并显示三角形的三个内角。
- 挑战: 想办法通过演示来说明此定理。



提示: 构造线段的中点 O, 并构造线段 OC, 移动点 C, 可以看到 OC 就是半径。

4. 基本代数输入、命令和函数

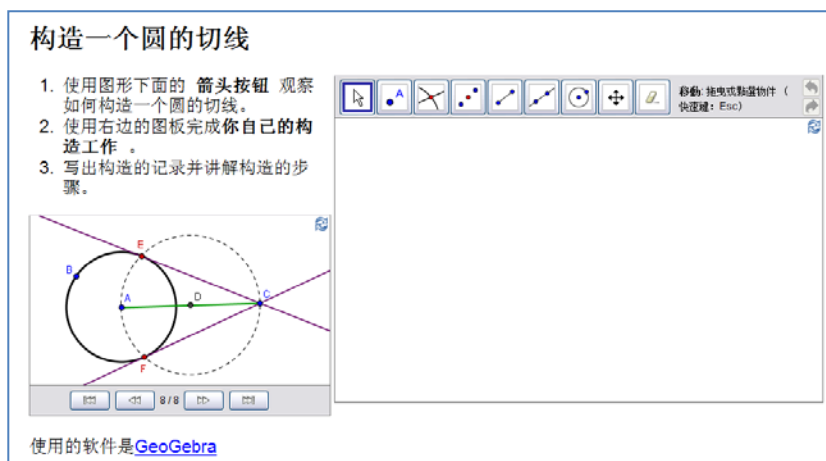
✚ 技巧和窍门

- 命名一个新对象的方式是在新对象的“代数表达式”前面键入“名称=”。
例如: $P=(3,2)$ 构造点 P
- 表示“乘”运算时需要在两个因数间输入星号“*”或者空格。
例如: $a*x$ 或 $a x$
- Geogebra 对字母的大小写形式非常敏感, 使用时注意不要混淆。
 - ✧ “点”通常使用大写字母为首的名称; 例如: $A=(1,2)$
 - ✧ “线段”、“线”、“圆”和函数用小写字母为首来命名;
例如: circle c: $(x-2)^2+(y-1)^2=16$
 - ✧ 函数中的变量 x, 和二次曲线中的变量 x、y 都需要使用小写。
例如: $f(x)=3*x+2$
- 在对象的代数表达式和命令中只能使用前面已经定义过的对象。例如:
 - ✧ 用 $y=m x+b$ 构造一条直线时, 里面的参数 m 和 b 必须已经存在 (如: 数值或者滑杆变量)
 - ✧ 用 $\text{Line}[A,B]$ 构造一条经过已经存在的点 A 和 B 的直线。
- 确定一个表达式的输入只要通过按“Enter”键即可完成。
- 打开关于“输入”和“命令”的帮助窗口的方法是点击位于输入框左侧的“?”图标。
- 命令输入可以采用键入方式在在输入框右侧的列表中选择。
提示: 如果不确定在某命令的括号中需要填写哪些参数或如何填写时, 可以在输入命令全名后按“F1”键获得该命令的句法和参数规则。
- 自动完成命令输入: 在键入一个命令的前面几个字母后, Geogebra 就会尝试自动完成命令输入。

- ✧ 如果 Geogebra 给出的建议刚好是所期望的命令，通过按“Enter”键即可完成该命令的输入，而且光标会停在括号中。
- ✧ 如果 Geogebra 给出的建议不是所期望的命令，请继续输入，直到给出的建议和期望的命令相同。

实例 8a：构造一个圆的切线（1）

打开动态活页练习 [A08_圆的切线.html](#)。并按照上面的指导完成圆的切线的构造工作。



讨论

- 在构造过程中使用了哪些工具？
- 是否使用了新的工具？
- 如果使用了新工具，你是怎样获得新工具的操作方法的？

实例 8b：构造一个圆的切线（2）

如果鼠标和触摸板无法工作时该怎么办？

设想计算机上的鼠标和/或触摸板无法工作，这时又要准备后面的课程，该如何完成工作呢？

除几何工具外，Geogebra 提供了“代数输入”和“命令”，每一个工具都有与之对应的“命令”，因此，使用它们时几乎可以不用鼠标。

注意：Geogebra 提供的“命令”比“工具”多，因此，并非所有的“命令”都有与之对应的“工具”。

任务：请使用“命令”和代数输入来完成前面的“圆的切线”的构造。

准备工作

- 打开一个新的 Geogebra 文档。

显示代数窗和坐标轴。<菜单【查看】>

构造过程

1	$A=(0,0)$	点 A
2	$(3,0)$	点 B 提示：在没有指明一个对象的名称时，对象将被按字母顺序自动命名。
3	$c=\text{Circle}[A,B]$	以点 A 为圆心经过点 B 的圆
4	$C=(5,4)$	点 C
5	$s=\text{Segment}[A,C]$	线段 AC
6	$D=\text{Midpoint}[s]$	AC 线段的中点 D
7	$d=\text{Circle}[D,C]$	以点 D 为圆心经过点 C 的圆
8	$\text{Intersect}[c,d]$	交点
9	$\text{Line}[C,E]$	切线 CE
10	$\text{Line}[C,F]$	切线 CF

备注：Geogebra 的对象分为“自由对象”和“从属对象”两类。自由对象可以用鼠标和键盘来直接修饰，而从属对象必须适应于它们的父对象。

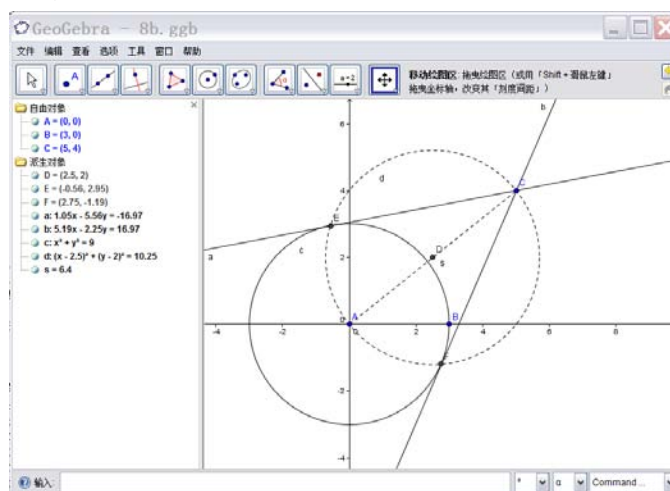
提示：对于自由对象，在被选中的时候，可以使用方向键来移动。

对构造的检查和改进

使用拖动检测来检查构造是否正确。

修改对象的属性来改善构造的显示(如颜色、线宽、线型、……)。

保存构造的图形。



讨论

在构造过程是否存在困难？

你喜欢用键盘输入的方法还是喜欢用鼠标操作来完成图形的构造？为什么？

实例 9：探究二次多项式的参数

在这里将探究二次多项式中参数对它的影响。将会体验 Geogebra 如何在传统的教学环境中担当重任，被运用在积极的、以学生为本的学习过程中。

按照页面（文本框）中所给出的步骤操作，并写下你操作 GeoGebra 的结果和现象。这些记录在后面的讨论中为你提供帮助。

探究二次多项式的参数

- 打开一个新的 GeoGebra 文档
- 输入 $f(x) = x^2$ ，显示的是什么函数的图形？写下你的回答。
- 在“移动”模式下，在代数窗口中选多项式（选中后呈高亮状态），并使用方向键【↑】和【↓】操作。
 - ✓ 此操作对多项式的图形产生怎样的影响？将所观察到的现象记录下来。
 - ✓ 此操作对多项式的方程产生怎样的影响？将所观察到的现象记录下来。
- 在“移动”模式下，在代数窗口中选多项式（选中后呈高亮状态），并使用方向键【←】和【→】操作。
 - ✓ 此操作对多项式的图形产生怎样的影响？将所观察到的现象记录下来。
 - ✓ 此操作对多项式的方程产生怎样的影响？将所观察到的现象记录下来。
- 在“移动”模式下，在代数窗口中用鼠标双击多项式的表达式。然后使用键盘修改表达式为 $f(x) = 3x^2$ 。
 - ✓ 此操作对多项式的图形产生怎样的影响？

讨论

- 使用 GeoGebra 完成操作时是否存在困难？
- 如何将此类“作品”（上面的页面所给出的操作）融合到传统的教学中？
- 动态探究“参数对多项式的影响”将会如何影响学生的学习？
- 在其它数学等知识教授过程中，你会想到有哪些内容可以采用类似的方法来教授？

实例 10：使用“滑杆”改变参数

让我们通过使用滑杆改变参数来探究参数对多项式的影响。

准备工作

- 打开一个新 GeoGebra 文档
- 显示【代数窗口】、【输入区】和【坐标轴】 <菜单【查看】>

构造过程

1	$a=1$	生成变量 a
2	$f(x)=a*x^2$	输入二次多项式的函数


用“滑杆”描绘一个数字

在代数窗口中，在变量的上面点击鼠标右键，选中【显示对象】，或者用

鼠标左键点击变量前方的圆形图标，使其被色彩填充，此时，几何窗口中就会有相应的一个滑杆显示此变量。

改进构造

构造另外一个滑杆 b 来控制多项式 $f(x)=a*x^2+b$ 。

4		构造滑杆 a
5	$f(x)=a*x^2+b$	输入函数 $f(x)$ ，Geogebra 将用新的定义取代旧的定义

任务

使用鼠标移动滑杆上的点来改变参数 a 的值，此操作对多项式的图像产生如何的影响？

当参数 a 处于下述状态时，多项式的图像将会怎样呢？观察并对现象进行记录。

(a) $a>1$, (b) $0<a<1$, (c) $a<0$.

使用鼠标移动滑杆上的点来改变参数 b 的值，此操作对多项式的图像产生如何的影响？


实例 11：函数库

除了多项式之外，Geogebra 还可以使用很多类型的函数。（例如：三角函数，绝对值函数，指数函数 等）。函数是被作为对象来处理的，可以和几何构造组合使用。

备注：部分可用的函数可以从输入框右边的菜单中选取。

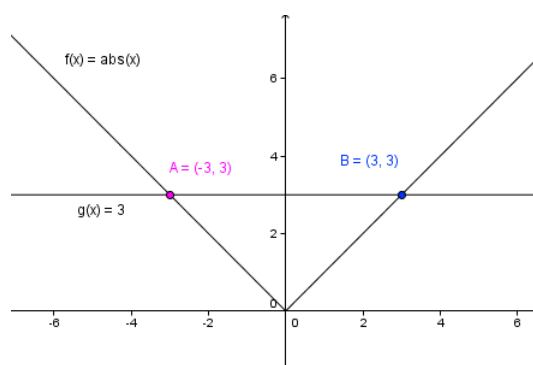
任务 1：演示绝对值

新打开一个 Geogebra 文档，并显示代数窗口、输入框和坐标轴。

1	$f(x) = \text{abs}(x)$	输入绝对值函数 f
2	$g(x) = 3$	输入常数函数 g
3		两个函数的交点

5. 使用鼠标或者方向键移动常数函数 g ，交点的 y 轴坐标就是所在的 x 轴坐标的绝对值。

6. 使用鼠标或者方向键移动函数 f ，函数的表达式将会如何变化？



7. 这个构造为啥使同学们容易了解绝对值的概念的呢？


提示：函数图像的对称性表明，一个绝对值的对应解以 $x=0$ 为对称轴对称。

提示：要显示对象的“名称”和“值”，在对象的【属性】对话框中进行修改。


任务 2：正弦波的叠加

声波可以用数学方法表示为正弦波的叠加。每个音色都包含一组形式为 $y(t)=a*\sin(\omega t+\varphi)$ 。音量取决于振幅 a ，角频率 ω 决定音调，参数 φ 表示相位——给出的是声波在时间上的偏移。

两列正弦波相干时就会发生叠加，也就是说，两列波会相长或相消。可以使用 Geogebra 来模拟这一自然界中存在的特殊现象。

1		构造 3 个滑杆 a_1 , ω_1 和 φ_1 下标的输入：如输入“ a_1 ”可得到“ a_1 ”；也可以从文本框右边的菜单中直接选择希腊字符。
2	$g(x)=a_1 \sin(\omega_1 x+\varphi_1)$	输入函数 g 注意字符间距

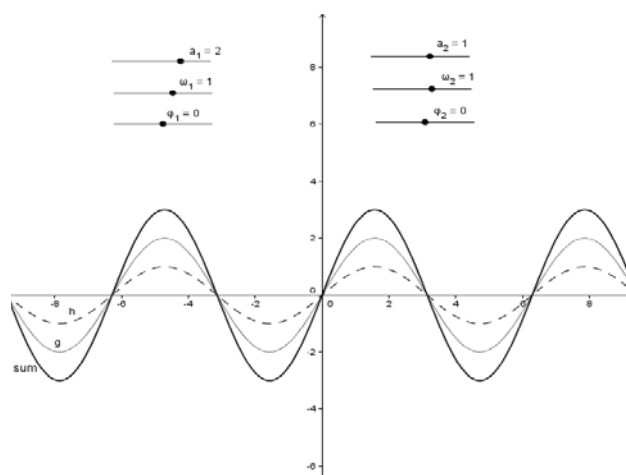
通过移动滑杆上的点来观察参数对函数 g 的图像的影响。

3		构造 3 个滑杆 a_2 , ω_2 和 φ_2
4	$h(x)=a_2 \sin(\omega_2 x+\varphi_2)$	输入函数 g 注意字符间距
5	$sum(x)=g(x)+h(x)$	构造两个函数的和函数

为了便于区分，修改每个函数图形的颜色。<在【属性】中>

设置 $a_1=1$, $\omega_1=1$ 和 $\varphi_1=0$ ，此时， a_2 , ω_2 和 φ_2 如何取值时， sum 有最大振幅？

设置 $a_1=1$, $\omega_1=1$ 和 $\varphi_1=0$ ，此时， a_2 , ω_2 和 φ_2 如何取值时， g 和 h 相消？



5. 输出图形到剪切板


Geogebra 可以将绘图区以图片的形式输出到计算机的剪切板，很方便地在

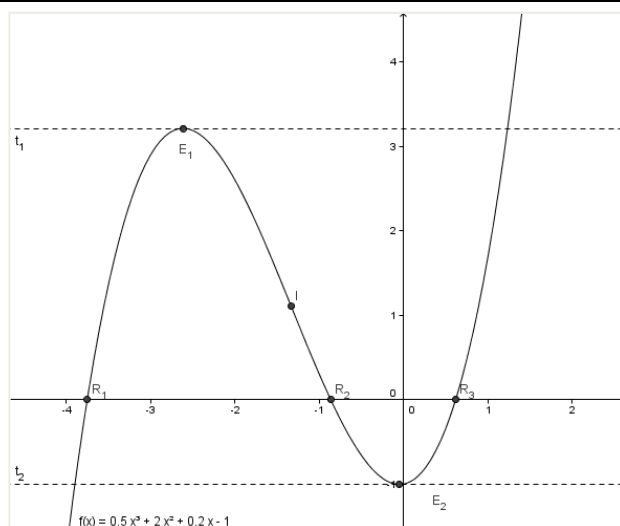
诸如课件制作、试卷或讲义编辑过程中使用。

实例 12：输出图形到剪切板

制作素材


打开一个新的 Geogebra 文档，按下述步骤制作。

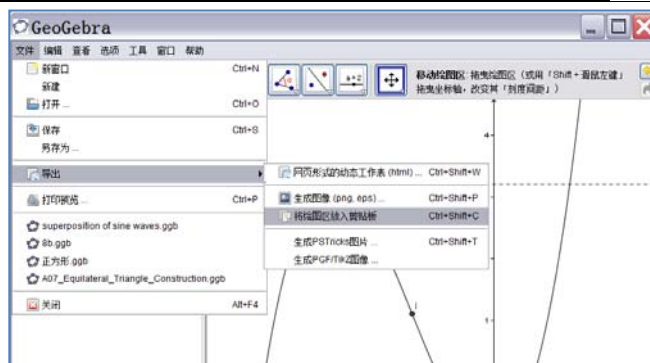
1	$f(x)=0.5x^3+2x^2+0.2x-1$	输入三次多项式 f
2	$R=\text{Root}[f]$	获得多项式 f 的根 提示：如果有多个根，Geogebra 则会自动生成下标以示区别。如 (R_1, R_2, R_3) 。
3	$E=\text{Extremum}[f]$	获得 f 的极值
4		在 E_1 和 E_2 点构造 f 的切线
5	$I=\text{InflectionPoint}[f]$	获得 f 的拐点



将图形输出到剪切板

Geogebra 会将整个绘图区输出到剪切板。因此，为了节约资源和提高效率，在输出前应该将 Geogebra 的窗口尽量缩小。

- 使用 【移动绘图区】工具移动图形（或者有关部分）到绘图区的左上角。
- 用鼠标拖拽窗口的右下角到合适的窗口大小。
- 使用菜单中的【文件】→【导出】→【将绘图区放入剪切板】或者菜单中的【编辑】→【将绘图区放入剪切板】来完成。也可以按组合键“ctrl+shift+c”来直接完成。
- 此时，图形已经被输出到计算机的剪切板。



提示：GeoGebra 的图形输出采用的是位图，非矢量图形。

6. 练习区 II







此区域的练习分为两个层次：基本任务和高级任务。你可以选择你喜欢的来单独或者和同伴合作完成。

✦ 技巧和窍门

- ✎ 每个实例活动都需要新建一个文档，并且事先根据要求显示/隐藏【代数窗】、【输入区】和【坐标轴】；
- ✎ 在进行每一新的步骤时，必要时别忘了先保存一下文档；
- ✎ 出现错误时别忘了使用【撤销】和【重做】按钮；
- ✎ 确信自己已经了解各函数或代数式的表达规则；
- ✎ 在输入代数表达式时，按“Enter”键之前应该先确认输入的正确性；
- ✎ 确信自己已经了解每个工具的使用方法，需要时，可参考工具条上的帮助文字。

实例 II.a：线性方程的参数（级别：基础任务）

在这部分内容中，将会用到下面的一些工具、代数输入和命令。在进行具体的构造之前，请确认自己已经掌握它们的使用方法。

	滑杆		交点
$\text{line: } y = m x + b$			显示/隐藏
	两点间的线段		斜率
$\text{Intersect}[\text{line}, \text{yAxis}]$			移动

提示：或许应该先看一下文档 [A 2a parameters line.html](#)。

✦ 构造过程

- ✎ 输入：line: $y = 0.8 x + 3.2$ ；

提示：此类情形时，在系数和变量间可以不加空格，如“0.8x”。

✧ 任务 1：在几何窗口中使用方向键移动直线，观察此操作会如何影响直线的参数？

✧ 任务 2：在几何窗口中使用鼠标移动直线，此操作将会产生怎样的影响？

✎ 删除直线。使用滑杆的默认属性新建滑杆 m 和 b ；

✎ 输入：line: $y = m x + b$ ；

提示：此类情形时，不能省去系数参量与变量之间表示乘运算的空格或“*”。

✎ 任务 3：给出对学生的指导，根据这些指导，同学们可以查看所设置的滑杆对直线方程的参数的影响。

挑战：通过显示斜率和在 y 轴上的截距来改进绘图。

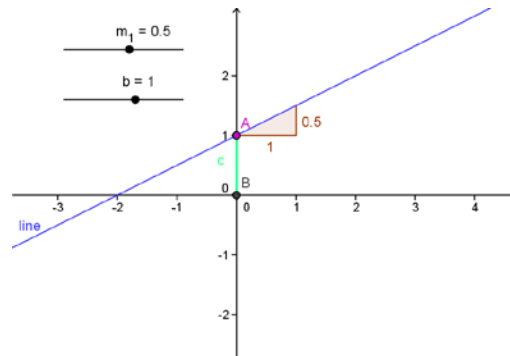
✎ 新建直线和 y 轴的交点；

✎ 在原点新建一个点，并在两个点之间构造线段；

提示：使用【交点】工具或者输入命令 `Intersect[line, yAxis]`。

✎ 使用【斜率】工具来显示直线的斜率；

✎ 隐藏不必要的对象，并修改其它对象的外观。



实例 II.b：介绍导数——斜率函数（斜率的变化函数）（等级：高级任务）

在这部分内容中，将会用到下面的一些工具、代数输入和命令。在进行具体的构造之前，请确认自己已经掌握它们的使用方法。

$f(x) = x^2 / 2 + 1$	$S = (x(A), \text{slope})$
新点	两点间的线段
切线	移动
$\text{slope} = \text{Slope}[t]$	

提示：或许应该先看一下文档 [A 2b slope function.html](#)。

构造过程

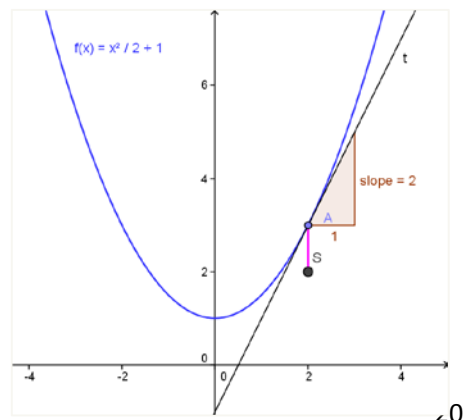
✎ 输入多项式： $f(x) = x^2 / 2 + 1$ ；

✎ 在函数 f 上新建一个点 A ；

提示：移动点 A 来检查它是否位于（或者从属于）函数 f 的图像。

✎ 绘制通过 A 点的函数 f 的切线 t ；

✎ 使用 $\text{slope} = \text{Slope}[t]$ 来显示切线 t 的斜率；



- 定义点 S: $S=(x(A), \text{slope})$;
提示: $x(A)$ 给出点 A 的 x 轴坐标。
 - 构造 A 和 S 两点间的线段;
 - 任务: 沿函数 f 的图像移动点 A, 推测点 S 的轨迹形状, 该轨迹和斜率函数相关;
- 挑战: 寻找斜率函数的方程式
- 打开点 S 的轨迹显示, 移动点 A 来检查你的推测;
 - 寻找斜率函数的方程式并输入。移动点 A, 看看是否正确;
 - 改变最初的多项式 f 来形成新的题目。

7. 在图形窗口中插入图片

实例 13 : 对称图形的绘制工具

打开动态活页练习簿 A13 drawing tool symmetry.html。依照上面的说明进行操作。






讨论

- 怎样才能让同学们从这个准备好的构造中受益?
- 在动态的图形中使用了哪些工具?


准备工作

- 新建一个 Geogebra 文档;
- 隐藏【代数窗】、【输入区】和坐标轴。

构造过程

1		新建点 A
2		显示点 A 的标签
3		通过两个点的线 (作为反射对称线)
4		关于直线对称的点 A 的像 A' 点
5		A 和 A' 间的线段
6		显示 A 和 A' 两个点的轨迹
7		移动点 A 来绘制动态图形

讨论



轨迹显示  的一些特殊性质：

- 轨迹只是一个临时的显示，一旦视图被刷新，轨迹就会消失。
- 轨迹不能被保存，而且在代数窗中也没有显示。
- 只要刷新视图（【查看】→【刷新视图】，或“Ctrl+F”），就可以删除轨迹。



改进构造

注意：确认 A13_flower.jpg 已经保存在计算机上了。

8		在绘图区插入图片 提示：在左下角位置点击鼠标，将图片放在此处。
9		调整插入的图片的位置
10		将图片设置为背景图像 在【属性】对话框中的【基本】标签中。 提示：可以使用鼠标右键来进入【属性】对话框，也可以在菜单中选择【编辑】→【属性】，或者直接使用组合键“Ctrl+E”。
11		淡化图像填充 在【属性】对话框的【样式】标签中。 提示：一旦将图片设置为背景图像，则无法在图像窗口中选它。




实例 14a：对图片改变大小和建立镜像

在这里，将会掌握如何将插入的图片调整到期望的大小，以及在 Geogebra 中如何变换图形。

准备工作

- 请确认已经将图片 A14_Sunset_Palmtrees.jpg 保存在了电脑中。
- 新建一个 Geogebra 文档。
- 关闭代数窗口和隐藏坐标轴。

构造过程

1		在绘图区的左半部插入图片 A14_Sunset_Palmtrees.jpg
2		在图片的左下拐角点构造新点 A
3		将点 A 设置为图片的第一个顶点 提示：打开图片的属性，在【位置】标签中。
4		$B = A + (3, 0)$
5		将点 B 设置为图片的第二个顶点 提示：将图片的宽度调整到了 3 厘米
6		在绘图区的中央垂直地绘制一条过两点的直线
7		以直线为对称中心建立图片的镜像 提示：通过调整图片属性中的【填色】程度，来很直观地区分原图和镜像。

任务



- 用鼠标移动点 A，将会对图片产生怎样的影响？
- 用鼠标移动图片，将会对镜像产生怎样的影响？
- 移动对称轴线（用鼠标移动直线上的那两个点），将会对镜像产生怎样的影响？




实例 14b：图片变形

在这里，将会掌握如何将插入的图片调整到任意大小，以及在 Geogebra 中如何对图片变形。

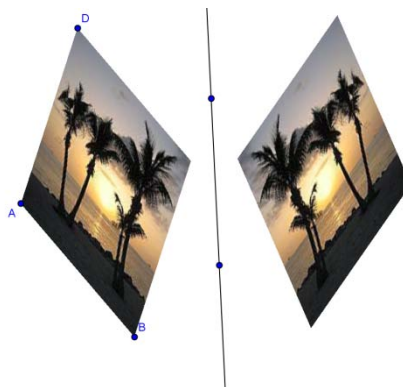
构造过程

1		基于前面（14a）
2		删除点 B，使图片恢复原始大小
3		在原图片的右下拐角（顶）点构造点 B
4		将点 B 设置为图片的第二顶点（图片的属性设置中）

		提示：这样就可以通过移动点 B 来改变图片的尺寸
5		在原图片的左上拐角（顶）点构造点 D
6		将点 D 设置为图片的第四顶点（图片的属性设置中）

任务



- 用鼠标移动点 **D**，将会对图片产生怎样的影响？



实例 14c：探究反射的特性

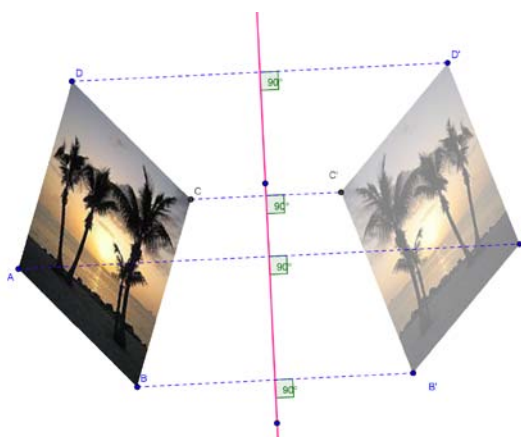
在这里，将制作一个动态的图片，让学生来探究反射的特性。

构造过程

1		基于前面（14b）
2		构造点 A 和点 B 之间的线段
3		构造点 A 和点 D 之间的线段
4		过点 D 的 AB 线段的平行线
5		过点 B 的 AD 线段的平行线
6		构造两条直线的交点 C
7		隐藏作为辅助过程的对象
8		构造原图片及其顶点的镜像
9		用线段连接相互对应的点（“物”与“像”）
10		测量这些线段和反射线所构成的角

任务

- 移动原图片（物）的顶点，以及反射线，观察反射图像（像）的变化，特别注意“物”与“像”的点对应连线和反射线之间的夹角的角度。
- 进一步，可以在“物”与“像”的点对应连线和反射线的交叉处构造点，并测量反射线和物、像的距离，观察它们的关系。
- 教师可以根据需要，自己设计一些进一步的探究活动。



8. 在图形窗口中插入文本

实例 15：反射点的坐标

准备工作

- 新建一个 Geogebra 文档；
- 显示代数窗口、输入区、坐标轴和网格； <菜单【查看】>
- 在菜单【选项】中的【吸附格点】设置为“打开（网格）”。

1		构造点 $A=(3,1)$
2		构造直线 $a: y=0$
3		构造点 A 基于直线 a 的镜像，得到点 A'
4		改变直线 a 和点 A' 的颜色
5		构造直线 $b: x=0$
6		构造点 A 基于直线 b 的镜像，得到点 A' ， 提示：前面点 A 基于直线 a 的镜像自动变为点 A_1'
7		改变直线 b 和点 A' 的颜色

备注：原文教程中说对 a 的镜像是 A' ，后面再构造对 b 的，则自动命名为 A_1' ，（这个比较符合实际操作需要），但是，事实上是上面表格中的情形。（估计到后面的版本中可以解决）。

✚ 插入静态文本

在 GeoGebra 的图形窗口中插入一个标题，用来让同学们知道这个图形的内容。

✚ 激活文本工具 **ABC**，并在绘图区的上半部分点击鼠标；

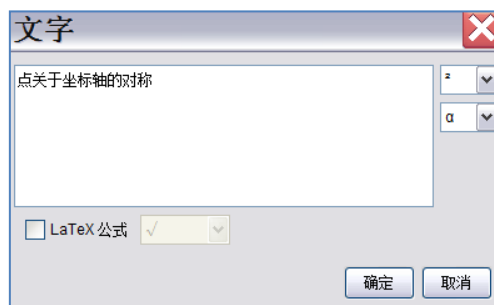
✚ 出现文本输入框后，在框内输入：

点关于坐标轴的对称

✚ 点击【确定】；

✚ 使用移动工具来调整文字所在的位置。

提示：在【属性】对话框中，可以更改文字的字体、大小、格式、位置等。



✚ 插入动态文本

动态文本引用已有的对象并实时与之一致。例如： $A=(3,1)$ 。

✚ 激活文本工具 **ABC**，并在绘图区点击鼠标；

✚ 在弹出的窗口中键入 $A=$ ；

提示：这是文本的静态部分，不随 A 点的移动而改变。

✚ 用鼠标在几何窗口点击点 A ，即可输入文本的动态部分。

备注：此部分在英文原文中说用鼠标在代数窗口中点击点 A 也可以，实际不行。

✚ GeoGebra 插入点的名称，并且在已经存在的文本的静态部分前后加了引号；

✚ 此外，GeoGebra 使用了符号“+”将文本的静态部分和动态部分连接了起来。

✚ 点击【确定】，或回车。

备注：文本显示了点 A 的坐标，当 A 的位置改变时，显示的坐标也同时改变。

✚ 改进动态图形

✚ 用动态文本显示点 A' 和点 A_1' 的坐标；

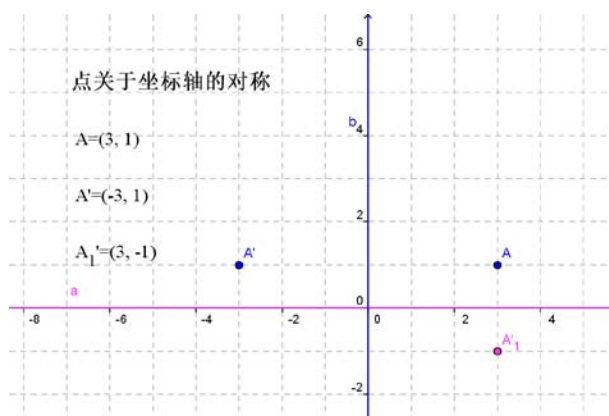
✚ 放大视区 **zoom out**，以便看到更大的平面空间。

✚ 打开绘图区的属性对话框。

✚ 选中【网格】标签。

✚ 检查【间距】边上的对话框，将 x 和 y 的值均设置为 1。

✚ 关闭代数窗口，并将所有文本属性设置为“屏幕上的绝对位置”。



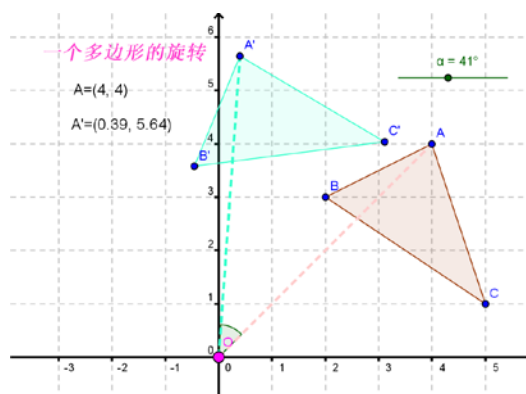
任务

引导同学发现镜像点和原来的点之间的关系。

实例 16：一个多边形的旋转




准备工作

- 新建一个 GeoGebra 文档；
- 需要时，隐藏代数窗口和输入区；
- 显示坐标轴和网格；
- 打开绘图区的属性窗口：
 - ✧ 在标签【坐标轴】→【X 轴】中，将“间距”设置为 1；
 - ✧ 在标签【坐标轴】→【Y 轴】中，将“间距”设置为 1。




构造过程

1		绘制一个任意三角形
2		在坐标原点构造一个点 D
3		将新点命名为 O 提示：GeoGebra 提供一种快捷的重命名方式：在“移动”模式下选中对象，然后直接键入新名称，此时，更改名称的对话框会自动弹出。
4		构造角度 α 的滑杆 提示：在新建滑杆的对话框中选择“角度”，并设置最大值为 90° 。
5		将三角形 ABC 绕点 O 旋转 α 角度

6		构造线段 AO 和 AO'
7		测量角度 AOA'
8		移动滑杆上的点，观察三角形 ABC。

改进构造

1	ABC	插入静态文本：一个多边形的旋转
2	ABC	插入动态文本：“A=”+A
3	ABC	插入动态文本：“A’=”+A’
4		将滑杆和文本移动到合理的位置
5		固定滑杆的位置（在【属性】对话框中）
6		固定文本的位置（在【属性】对话框中）

讨论

怎样使用这个课件来向同学们介绍一个物件绕原点的转动？

9. 练习区 III

此区域的练习分为两个层次：基本任务和高级任务。你可以选择你喜欢的来单独或者和同伴合作完成。

技巧和窍门

- ✎ 每个实例活动都需要新建一个文档，并且事先根据要求显示/隐藏【代数窗】、【输入区】和【坐标轴】；
- ✎ 如果所选择的工作中需要插入图片，请事先确认图片已经保存在计算机中；
- ✎ 在进行每一新的步骤时，必要时别忘了先保存一下文档；
- ✎ 出现错误时别忘了使用【撤销】和【重做】按钮；
- ✎ 确信自己已经了解各函数或代数式的表达规则；
- ✎ 在输入代数表达式时，按“Enter”键之前应该先确认输入的正确性；
- ✎ 确信自己已经了解每个工具的使用方法，需要时，可参考工具条上的帮助文字。

实例 III.a : 演示一个方程组 (级别 : 基础任务)

这里将会使用代数输入和命令, 在使用前, 请先掌握它们的使用方法。

为了了解同学们是如何利用此构造来图解一个直线方程组, 你应该先看一下文档 [A_3a_system_equations.html](#) 。

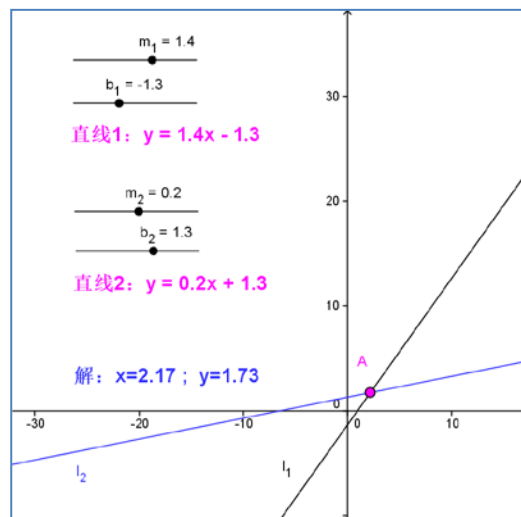
构造过程

1. 使用默认设置构造滑杆 m_1 和 b_1
2. 构造直线 $l_1: y=m_1x+b_1$
3. 使用默认设置构造滑杆 m_2 和 b_2
4. 构造直线 $l_2: y=m_2x+b_2$
5. 新建动态文本 text1: "直线 1:
 $y=$ " + l_1

提示: 在文本对话框中输入“直线 1”, 然后用鼠标点击图形区的直线 l_1 , **GeoGebra** 就用自动完成上面的表达式的输入过程。

6. 新建动态文本 text2: "直线 2:
 $y=$ " + l_2
7. 构造两条直线的交点 A
8. 新建动态文本 text3: "解: $x=$ " + $x(A)$ + "; $y=$ " + $y(A)$

提示: $x(A)$ 和 $y(A)$ 给出点 A 的 x 和 y 坐标。








挑战

仿照上述构造过程, 构造一个课件用于演示图解一个二次方程组。



提示: 函数需要采用的表达格式为 $f(x)=\dots\dots$

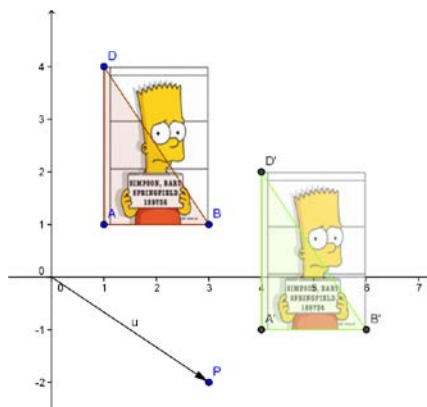
实例 III.b : 移动图片 (级别 : 基础任务)

本部分内容中将会用到下面的一些工具和命令, 开始前请先掌握如何使用它们。

	插入图片		两点间的矢量
$A=(1,1)$			平移
	多边形		移动
$\text{Vector}[O,P]$		ABC	插入文本

构造过程

1. 新建一个 Geogebra 文档，显示代数窗口、输入区、坐标轴和网格，并在【选项】菜单中将【吸附格点】设置为【打开（网格）】；
2. 在第一象限插入图片 A_3b_Bart.png ；
3. 构造点 $A=(1,1)$ ， $B=(3,1)$ 和 $D=(1,4)$ ；
4. 将点 A、B 和 D 分别设置为图片的第一、第二和第四顶点；
5. 构造三角形 ABD；
6. 构造点 $O=(0,0)$ 和点 $P=(3,-2)$ ；
7. 构造矢量 $u=\text{Vector}[O,P]$ ；
提示：可以使用  工具来构造两个点间的矢量。
8. 使用平移（将对象按矢量移动）工具 ，将图片平移矢量 u ；
9. 将三个顶点 A、B 和 D 平移矢量 u ；
10. 构造三角形 $A'B'D'$ ；
11. 隐藏点 O 以防对它造成意外移动。并通过改变对象的颜色等属性来改善构造。







挑战

输入动态文本来显示：

- 点 A、B、D 和点 A'、B'、D' 的坐标；
- 矢量 u 的坐标。

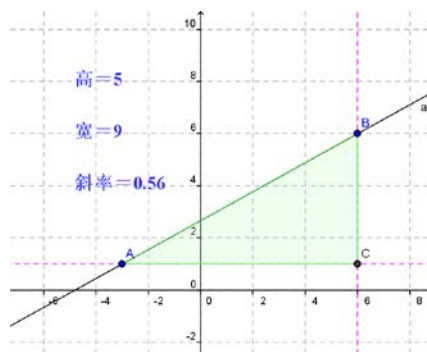
实例 III.c：构造斜率三角形（级别：高级任务）

本部分内容中将会用到下面的一些工具和命令，开始前请先掌握如何使用它们。

	通过两点的直线	$\text{run}=x(B)-x(A)$
	垂线	$\text{slope}=\text{rise}/\text{run}$
	交点	ABC
	多边形	中点 或 中心点
$\text{rise}=y(B)-y(A)$		移动

构造过程

1. 新建一个 GeoGebra 文档，显示代数窗口、输入区、坐标轴和网格，并在【选项】菜单中将【吸附格点】设置为【打开（网格）】，【对象标签】设置为【显示新对象标签】；
2. 构造一条过两点（A 和 B）的直线；
3. 绘制经过点 A 的 y 坐标轴的垂线 b；
4. 绘制经过点 B 的 x 坐标轴的垂线 c；
5. 在直线 b 和 c 的交点处构造点 C；
6. 构造三角形 ACB，并隐藏各边的标签；
7. 计算高： $\text{rise} = y(B) - y(A)$
8. 计算宽： $\text{run} = x(B) - x(A)$




- 提示：这里的 rise 和 run 的意思源于 rise and run ratio（踏步的高宽比）
9. 插入动态文本 1：“高=”+rise
 10. 插入动态文本 2：“宽=”+run
 11. 通过在输入区输入下面的方程来计算直线 a 的斜率，
 $\text{slope} = \text{rise} / \text{run}$
 12. 插入动态文本 3：“斜率=”+slope
 13. 通过改变对象的属性来改善绘图效果。

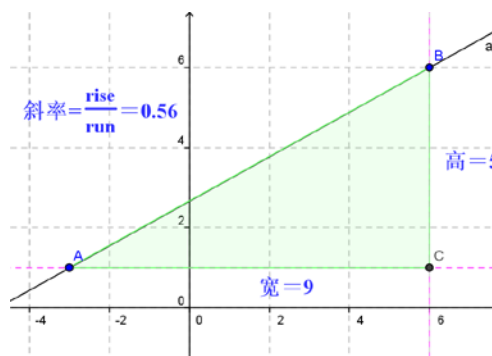
挑战 1：插入含有分数的动态文本

使用 LaTeX 格式时，分数、平方根和其它数学符号就可以在文本中显示。

挑战 2：给对象贴上文本

当对象的位置改变时，所贴的文本的位置也会跟着一起改变。

1. 使用中点工具  构造垂直线段 BC 的中点 D；
2. 构造水平线段 AC 的中点 E；
3. 打开文本 1（高=）的属性对话框，在位置标签中选择点 D；













提示：此时，可以在点 D 附近移动文本 1 的位置来改善显示效果。

4. 文本 2（宽=）的属性对话框中，在位置标签中选择点 E；
5. 隐藏点 D 和 E；
6. 移动点 A 和 B，观察现象。

实例 III.d : 探索卢浮宫金字塔 (级别 : 高级任务)

本部分内容中将会用到下面的一些工具和命令，开始前请先掌握如何使用它们。此外，检查一下是否已经将图片 [A_3d_Louvre.jpg](#) 保存在了计算机里。

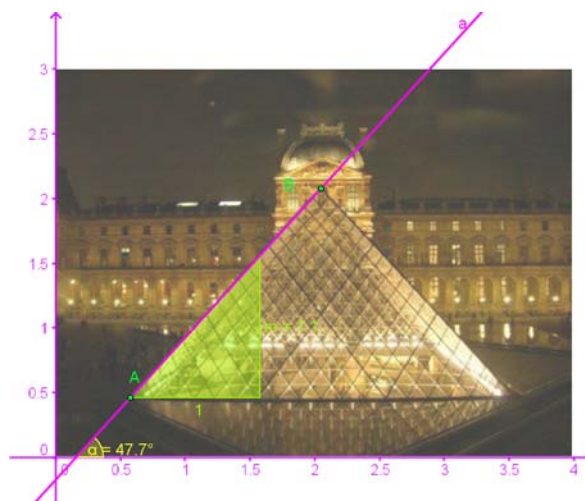
	插入图片		垂线
	过两点的直线		交点
	斜率		显示/隐藏
	角度		线段
	新点		移动

巴黎的卢浮宫是世界上著名的博物馆之一。在 1989 年对主入口修缮时，建造了这座玻璃金字塔。（图片来自于网络搜索）



测定金字塔面部的斜率

- 在【选项】菜单中，关闭【吸附格点】，将【数值近似】设置为【保留 1 位】，将【对象标签】设置为【所有新对象】。
- 在坐标的第一象限插入图片 [A_3d_Louvre.jpg](#)，图片的左下角顶点和坐标的原点重合。
- 减小图片的（色彩）填充（设置到约 50%），并且设置为背景图片。
- 绘制一条过两点的直线，第一个点位于金字塔的底座，第二个点位于塔的最高点（顶点）。
提示：可以通过改变直线的属性来改善视觉效果。
- 使用斜率工具来得到直线的斜率三角。
提示：可以通过改变斜率三角的属性来改善视觉效果。
提示：斜率三角是贴附在直线的第一个点上。



任务：测定金字塔面的斜率（用正切值表示）。

6. 构造 x 坐标轴和直线间的夹角。

任务：测定金字塔面的倾斜角。

挑战

金字塔的底部是一个边长为 35 米的正方形。用相似三角形原理，测定金字塔的高。

1. 在直线上新建一个点 C 。

2. 由点 C 和 B 构造斜率三角形。

提示：过点 C 做 y 轴的垂线，再过点 B 做 x 轴的垂线，构造两条直线的交点 D 。然后，隐藏构造过程中的辅助线。

3. 构造线段 CD 和 BD 。

提示：改变两条线段的属性来改善视觉效果。此外，将水平的线段命名为“半底宽”，垂直的线段命名为“高”。

4. 在直线上移动点 C ，使得水平线段（半底宽）和金字塔塔基边长相当。
5. 任务：使用相似三角形原理，测定塔的高度。

检查结果

卢浮宫金字塔实际的建筑参数是：高为 21.65 米，底面边长为 35 米，正面倾斜角为 52 度。从此照片上直接测量计算有一定的偏差。

10. 构造静态教学资料

实例 17a：将图形保存为文件

前面我们学习了如何将图形输出到剪切板中，在这里，你将学会如何在 **Geogebra** 中把图形以文件形式导出。相比而言，将图形导出为文件，具有这样一些主要优点：

- ✎ 可以先保存图形而在后面才使用。导出到剪切板中的图形只是临时保存在剪切板中的信息，不能留在后面随时使用。
- ✎ 让同学们使用你手头的图形时，你可以很方便地确定使用的图形范围。（也就是，要使用图形中的部分区域时，可以很方便地进行选择。）
- ✎ 可以改变图片的分辨率、尺寸大小。
- ✎ 可以决定图片格式，**Geogebra** 提供了几种不同的图片格式。默认的格式为 Portable Network Graphics (png)(便携式网络图形)。

创建你的图形

使用 **Geogebra** 构造一个简单的图形。例如，使用“正多边形工具”构造

一个正六边形。

- ✎ 激活正多边形工具，在绘图区中，以正多边形的边长为间距连续点击两次鼠标。
- ✎ 在弹出的对话框中输入正多边形的顶点数。

另一方面，GeoGebra 会把整个绘图区导出为文件。因此，和前面的将绘图区导出到剪切板时一样，需要调整绘图区的大小，以便删除不需要的区域。

✚ 将图形导出为文件

使用【文件】菜单来将绘图区导出为文件。



- ✎ 【导出】→【生成图像】。
- ✎ 在弹出的对话框中选择合适的图像分辨率（解析度）。
- ✎ 点击【保存】按钮，然后选择保存位置和文件名。

实例 17b：在 MS Word 中插入图形

（此部分，略）

11. 制作动态活页练习

介绍：GeoGebra 的维基 (Wiki) 和用户论坛 (User Forum)

✚ 动态活页练习

通过将图形输出到网页中，GeoGebra 可以制作互动的教学材料，也就是动态活页练习。通常，一个动态活页练习包括：标题、短的说明、互动小程序、学生需要完成的任务和指导语。

在完成动态活页练习时，并不需要同学们了解如何使用 GeoGebra，因为互动的网页是独立于软件的，它可以被放在网络中也可以保存在存储设备中。

🌀 Geogebra 的维基 (Geogebra Wiki)

Geogebra 的维基 (www.geogebra.org/wiki) 是一个免费的共享资源, 里面的教学资料是来自于世界各地的教师们制作。并且根据语言和内容等进行了分类。

Geogebra 维基中所有的资料都是基于 Creative Common License (创作共用许可) (www.geogebra.org/en/cc_license/cc_license.htm), 也就是说, 只要不是用于商业目的和不侵犯原作者的权益, 就可以自由使用。

🌀 Geogebra 的用户论坛 (User Forum)

Geogebra 的用户论坛 (www.geogebra.org/forum) 是为用户间的交流提供的另外一种支持。它由教师们创建也由教师们维护。是一个让张贴问题和答案的一个平台。

根据用户使用的语言、讨论的内容等, Geogebra 用户论坛设置了多个讨论板块。

实例 18a : 制作动态活页练习



在这里, 你将学会如何制作一个动态活页练习用来演示如何使用上和与下和对函数与 x 坐标轴间的区域面积进行估测。

🌀 准备工作

👇 新建一个 Geogebra 文档。

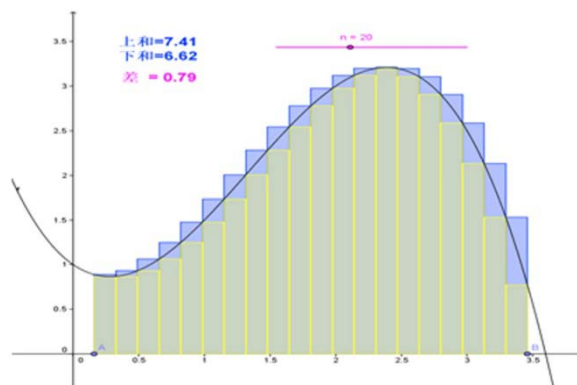
👇 显示代数窗口、输入区和坐标轴。

🌀 构造图形

1		输入函数: $f(x) = -0.5x^3 + 2x^2 - x + 1$
2		在 x 轴上构造两个点 A 和 B (用于确定区间)
3		构造一个滑杆 n (从 1 到 50, 增量为 1)
4		$\text{uppersum} = \text{UpperSum}[f, x(A), x(B), n]$
5		$\text{lowersum} = \text{LowerSum}[f, x(A), x(B), n]$
6	ABC	插入动态文本 "上和=" + uppersum
7	ABC	插入动态文本 "下和=" + lowersum
8		计算 差 $\text{diff} = \text{uppersum} - \text{lowersum}$
9	ABC	插入动态文本 "差 =" + diff


任务：

通过移动滑杆来改变 n 的值，观察现象，特别是 n 比较小和 n 比较大的时候的现象。



缩小 Geogebra 窗口尺寸

Geogebra 会将代数窗口和图形窗口同时导出到动态图形中，因此，为了给解释、说明和任务等内容保留足够的空间，在导出图形前需要对 Geogebra 的窗口进行缩小。

- ✎ 如果不需要代数窗口，那么在导出前应给予隐藏。
- ✎ 使用移动绘图区工具  将图形尽量移动到图形窗口的左上角。同时放大和缩小视野，在不影响图形效果的情况下尽量缩小图形。
- ✎ 通过拖拽 Geogebra 窗口右下角来缩小窗口尺寸。

注意：虽然要缩小图形以便给其它内容留有足够的空间，但是必须保证图形的减小不会明显影响同学们对图形的操作和实验。

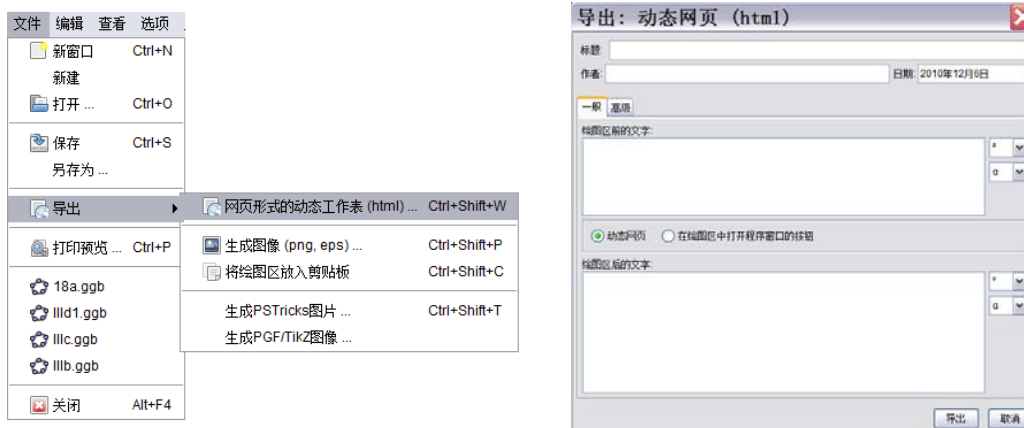
导出动态活页练习

调节好窗口的大小后，就可以使用【文件】菜单中的工具来导出。

✎ 【导出】→【网页形式的动态工作表】

提示：也可以直接用组合键 **Ctrl+Shift+W** 来实现。

注释：软件中的翻译“网页形式的动态工作表”，笔者觉得没有翻译为“动态活页练习”比较容易理解，这纯属个人看法。



- ✎ 在弹出的窗口中填写文字部分（标题、作者、日期、……）。
- ✎ 在【绘图区前的文字】栏中键入对动态图形简短的说明。
- ✎ 在【绘图区后的文字】栏中键入学生的任务和指导。
- ✎ 点击【导出】并保存动态活页练习。

提示：GeoGebra 将会同时生成几个文件，这几个文件需要保存在一起来完成相应的功能。最好新建一个文件夹来单独保存这几个文件。

✦ 创建动态活页练习的技巧与窍门

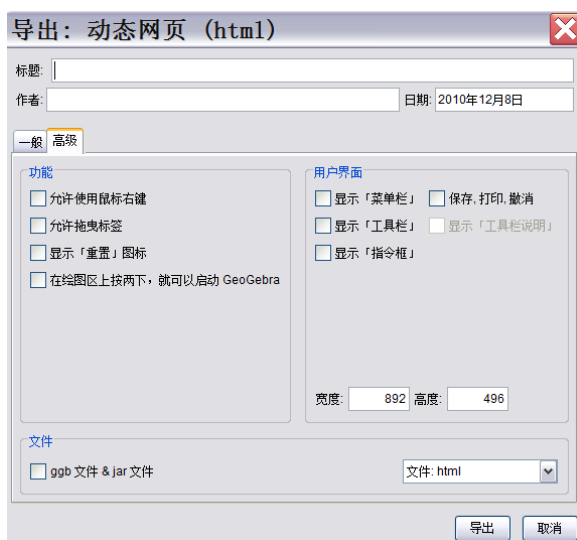
- ✎ 在执行保存后，会自动在网页浏览器中打开。这时，依据在浏览器中的效果，根据需要，在 GeoGebra 软件中进行进一步修改，然后再次执行导出工作，直至达到预期效果。
- ✎ GeoGebra 会自动记忆保存动态活页练习的目录。
- ✎ 网页界面中各组成部分占据的空间和位置应该得体，以免对同学们的操作造成不必要的障碍。
- ✎ 动态活页练习应该放置在一个屏幕中。如果一个练习中包含 3 个以上的任务，应该考虑将它分为多个动态活页练习来进行。

实例 18b：改进动态活页练习

在导出动态活页练习的对话框中有两个标签：【一般】和【高级】。前面已经使用【一般】标签来完成在动态活页练习中添加说明、任务等内容。现在将学习如何使用【高级】标签来改进动态活页练习。

✦ 功能方面

- ✎ 允许使用鼠标右键：此时，可以通过鼠标右键点击对象或绘图板来进入环境设置菜单（如：显示/隐藏对象或标签、显示轨迹、属性对话框 等）。
- ✎ 显示『重置』图标：在互动程序界面的右上角将会显示一个用于重置的图标，用于复原互动图形到初始状态。
- ✎ 双击打开应用窗口：通过双击互动小程序，可以打开一个完整的 GeoGebra 窗口。



✦ 用户界面

- ✎ 显示『菜单栏』：在互动小程序中显示菜单栏。
- ✎ 显示『工具栏』：在互动小程序中显示工具栏，这样同学们就可以使用几

何工具了。

- ✎ 显示『工具条栏说明』：在互动小程序中显示工具栏帮助信息，用于为工具的使用提供帮助信息。
- ✎ 显示『指令框』：在互动小程序的底端显示输入区，这样同学们就可以输入代数表达式和命令了。
- ✎ 互动小程序的宽和高：可以对互动小程序的宽和高进行设置。
注意：如果减小了互动小程序的界面尺寸，可能会导致一些组成部分不能如愿显示。

✧ 任务

使用【高级】标签来改进 18a，并观察各个选项对图形的影响。

实例 18c：准备同学们的动态活页练习

可以使用多种途径将动态活页练习给同学们，但是都需要将导出过程中生成的文件保存在一起。

注意：在导出过程中会生成不同扩展名（.ggb, .html, .jar）的文件，如果有一个文件丢失了，都会导致动态活页练习无法运行。

✧ 本地存储设备

将所有文件都保存在一个文件夹中。让同学们将整个文件夹都复制到自己的计算机中，并使用浏览器来打开扩展名为.html 的文件。

✧ 互联网和 Geogebra 上载管理器

如果想在在线提供动态活页练习，需要将所有文件放在网络服务器的同一位置。文件上载后，在自己的网页上建立一个链接或者直接告诉同学们网页地址。

备注：如果没有自己的网络服务器空间，可以使用 Geogebra 的上载管理器（www.geogebra.org/en/upload），只要建立一个用户账户即可。因为 Geogebra 上载管理器是专为 Geogebra 的动态活页练习而设，所以在上载文件的时候只要上载扩展名为.html和.ggb的文件（不需要上载扩展名为.jar的文件）。

12. 练习区 IV

此区域的练习分为两个层次：基本任务和高级任务。你可以选择你喜欢的来单独或者和同伴合作完成。




✧ 技巧和窍门

- ✎ 每个实例活动都需要新建一个文档，并且事先根据要求显示/隐藏【代数窗】、【输入区】和【坐标轴】；
- ✎ 在进行每一新的步骤时，必要时别忘了先保存一下文档；

- ✎ 出现错误时别忘了使用【撤销】和【重做】按钮；
- ✎ 在开始前如果对有些工具的使用还没有完全掌握，请参考工具栏中的帮助信息。
- ✎ 确信自己已经了解各函数、代数式、以及命令的表达规则；
- ✎ 在输入代数表达式时，按“Enter”键之前应该先确认输入的正确性；
- ✎ 务必试用一下制作的动态活页练习，以便检查发现和修改可能存在的错误和不足；
- ✎ 可以将多个动态活页练习保存在同一个文件夹中；

实例 IV.a：面积和相似几何形状的关系

接下来将会用到下面的一些工具和命令，开始前请先掌握如何使用它们。

$a=2$		正多边形
		移动
给定长度的线段		

任务

下面将构造一个活页练习，练习中要求同学们发现面积和正方形（边长为 a ， $a/2$ 和 $2a$ ）之间的特殊关系。

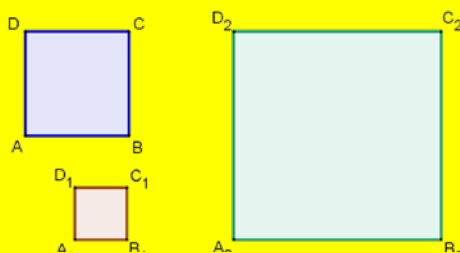
构造过程

6. 新定义常数 $a=2$;
7. 使用给定长度的线段工具构造长度为 a 的线段，然后以此线段为一个边构造蓝色正方形（4 个顶点的正多边形）;
8. 用同样的方法构造边长为 $a/2$ 的红色正方形和边长为 $2a$ 的绿色正方形;
9. 修改正方形的属性（如：颜色、线宽）和重新命名它们的顶点;
10. 准备将绘图区导出为图形;
11. 将绘图区导出为图形，并保存图形文件;
12. 在字处理软件（如 MS-Word）中键入活页练习的标题和任务说明;
13. 将保存好的图形文件插入活页练习中。

提示：利用某些软件中的工具来测量边长和面积。（例如 Adobe PDF，也可以使用 Photoshop、Autocad 等软件来测量。）

面积关系

1. 测量下面的三个正方形的边长，将蓝色的正方形的边长与红色和绿色正方形的边长进行比较。它们之间的关系是？
2. 计算三个正方形的面积，然后将蓝色的正方形的面积与红色和绿色正方形的面积进行比较。它们之间的关系是？
3. 通过比较三个正方形的边长和面积间的关系，推测它们之间的关系。
4. 试着证明你的推测。



挑战 1

用同样的方法，制作多种几何形状（如圆、等边三角形、矩形）的情形。

挑战 2

将上面的一个例子拿来制作一个动态活页练习。（例如：可以参考实例 [A_4a_Area_Circles.html](#)）。

Relationship Circle Areas

Below you can see three circles with the radii r , $r/2$, and $2r$.
Solve the tasks and write down your answers on paper.

Task 1
Calculate the areas of the circles for $r = 1$.
Come up with a conjecture about the relationship between the length of the radius and the area of the three circles.

Task 2
Use the slider to change the radius r . Again, calculate the areas of the circles and check your conjecture about the relationship.

Task 3
Prove that your conjecture is true for all circles whose radii are r , $r/2$, and $2r$.
Hint: Express the areas of these circles and compare them.

实例 IV.b：演示三角形的内角和（级别：基础任务）





接下来将会用到下面的一些工具和命令，开始前请先掌握如何使用它们。



多边形

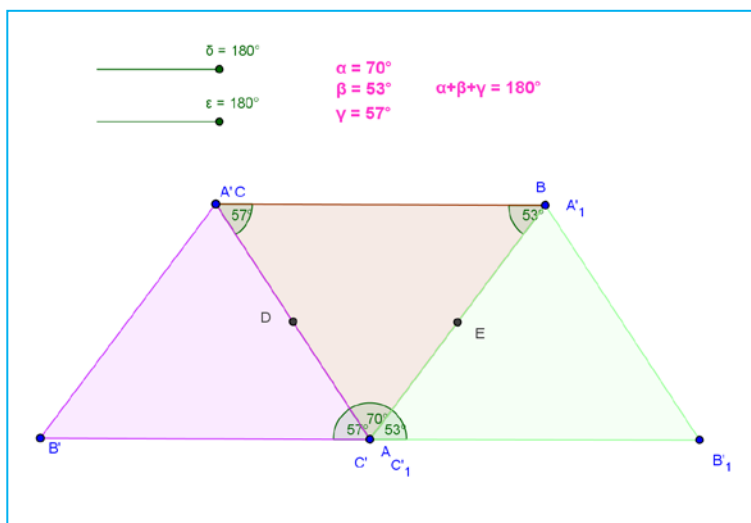


将对象绕固定点旋转给定角度

	角度		移动
	滑杆	ABC	文本
	中点		

构造过程

- 构造三角形 ABC ;
提示：逆时针方向;
- 显示三角形的内角 α 、 β 和 γ ;
- 在【选项】菜单中将【数值近似】设置为【保留 0 位小数】;
- 构造滑杆 δ 和 ϵ ，并设置：类型为“角度”；范围为 0° - 180° ；步长为 10° ;
- 构造 AC 的中点 D ，构造 AB 的中点 E ;
- 绕 D 点旋转三角形 δ 角度（设置为顺时针方向）;
- 绕 E 点旋转三角形 ϵ 角度（设置为逆时针方向）;
- 将两个滑杆调到 180° ，然后构造角度 ξ ($A'C'B'$) 和 η ($C_1'B_1'A_1'$) ;
- 通过修改属性来改善构造效果;
提示：对应角应该使用相同的颜色。










挑战 1

插入动态文本显示内角的和为 180° 。

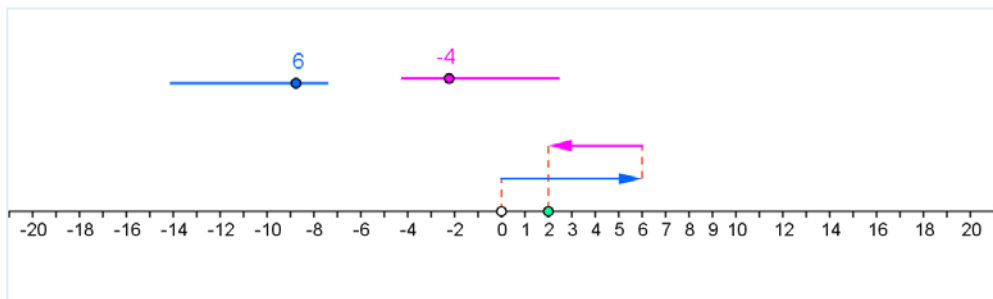
提示：使用动态文本显示内角 α 、 β 和 γ ，然后再显示它们的和 “ $\alpha+\beta+\gamma=$ ”。

挑战 2

将上面的图形输出为动态活页练习。

	滑杆		线段
	新点		文本
	矢量		对象群组显示隐藏复选框
	移动		

23. 新开一个 Geogebra 窗口，隐藏代数窗，在【选项】中将【对象标签】设置为【显示新对象标签】；
24. 打开绘图区的属性对话框，在 y 轴的标签中，将『显示 y 轴』前的复选框置于『非选中』状态。在 x 轴的标签中，将『间距』设为 1，『最大』设为 21，『最小』设为-21；
25. 构造滑杆 a 和 b，设置变化范围为-10~10，增量为 1，并设置为只显示『值』；
26. 新建点 $A=(0,1)$ 和 $B=A+(a,0)$ ；
27. 新建矢量 $u=Vector[A,B]$ ；
注：矢量 u 的长度为 a。
28. 新建点 $C=B+(0,1)$ 和 $D=C+(b,0)$ ，以及矢量 $v=Vector[C,D]$ ；
注：矢量 v 的长度为 b。
29. 新建点 $R=(x(D),0)$ ；
注：R 给出了在数轴上相加的结果。
30. 新建点 $Z=(0,0)$ 和线段 $g=Segment[Z,A]$ ， $h=Segment[B,C]$ ， $i=Segment[D,R]$ ；
31. 使用属性对话框来改善效果（如：改变对象的颜色、线宽等）。

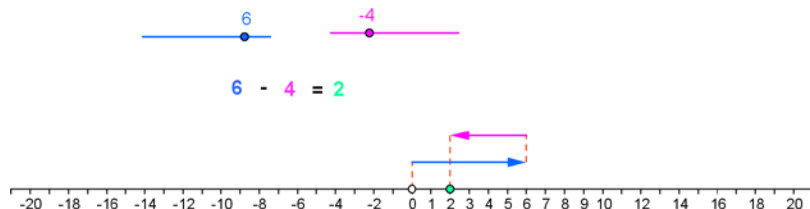


通过插入显示对应的加法题的动态文本来优化图形。

32. 计算加法题的结果 $r=a+b$
33. 计算 b 的绝对值 $e=abs(e)$
34. 为了分别显示题目的每个组成部分，需要分步用不同的颜色插入。
 - a) 插入文本 **text1**: a ；
 - b) 插入文本 **text2**: ；

提示: $if[b>0, "+", "-"]$ 的功能是: 当 b 大于 0 时显示 “+”，否则显示 “-”。

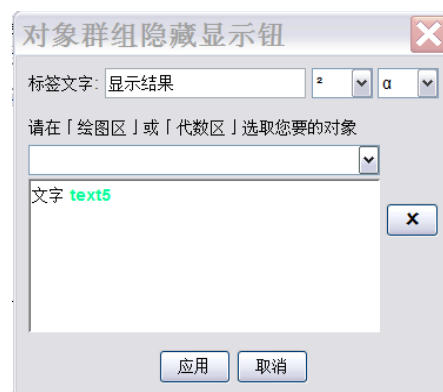
 - c) 插入文本 **text3**: e ；
 - d) 插入文本 **text4**: “=” ；
 - e) 插入文本 **text5**: r ；
35. 修改文本 **text1**、**text3** 和 **text5** 的颜色和图形中相应的对象的颜色对应。
36. 将互动图形导出为动态活页练习。

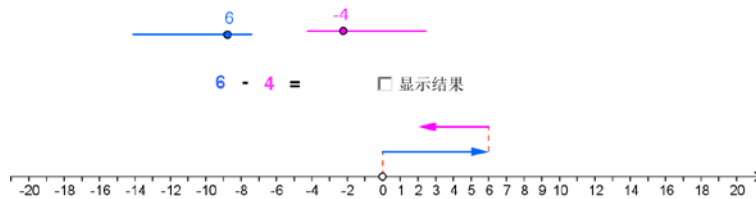


挑战 2

在图形中插入一个复选框，用来控制计算结果的显示和隐藏。

37. 激活复选框工具
38. 点击绘图区中题目的右侧，新建一个复选框；
39. 在弹出的对话框中，填写『标签文字』为“显示结果”，在下面的下拉菜单中选择控制对象：“文本 **text5**”、“点 R ”和“线段 i ”；
40. 点击按钮【应用】；
41. 在【移动】模式下调节复选框的位置，然后固定它的显示位置；
42. 点击复选框，检查是否可以控制所选定的 3 个对象的显示和隐藏；
43. 将此互动图形导出为动态活页练习。





实例 IV.d：制作一个七巧板拼图游戏 （级别：高级任务）

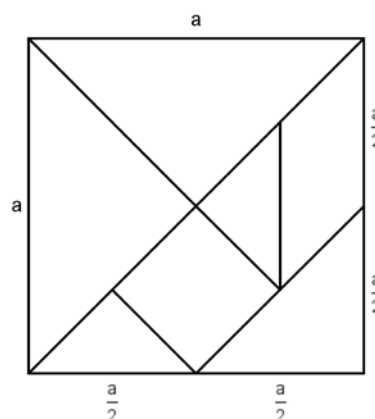
下面学习制作一个七巧板拼图游戏。

如右图所示，所包含的七个图形都可以使用边长来构造。

提示：可参考 A_4d_tangram_puzzle.html。

在制作过程中，将需要使用一些工具。在开始自己的制作之前，可以先参考下面的制作方法。

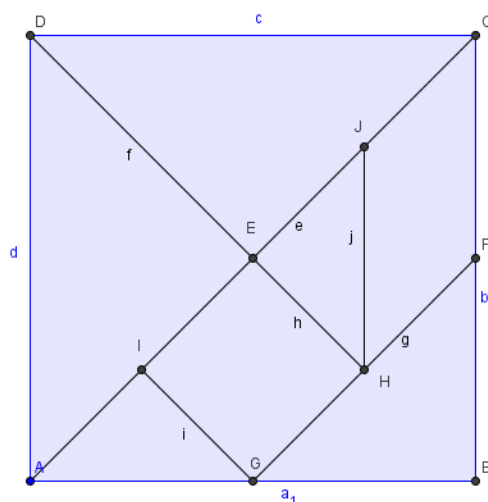
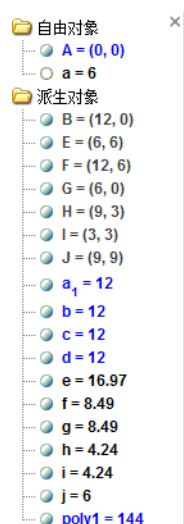
说明：下面的制作过程和原英文教程上的不同，系笔者所创。



44. 输入 $a=6$ 。字符代替数值会更加方便；

45. 在绘图区画出这个含有七个形状的正方形，然后在需要的地方构造点和线段，然后根据点坐标和线段长度之间的几何关系来逐个构造这些形状。

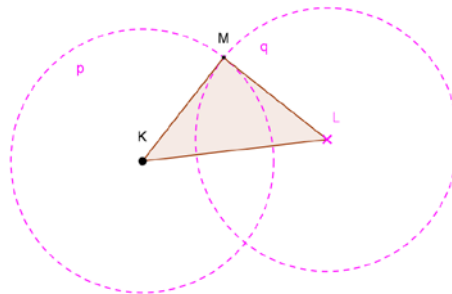
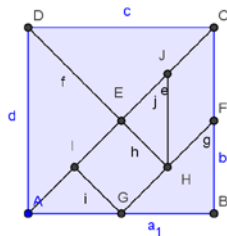
提示：隐藏坐标轴，将左下角顶点的坐标设置为(0,0)，这样可以很直观地知道其它各点和点A的坐标关系。



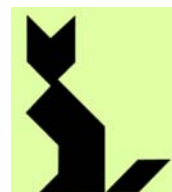
46. 下面以图形中左侧的大三角形形状块为例来示范各形状块的制作；

注：每个形状需要两个点来完成移动和旋转的操作，为了便于分辨，用于移动操作的点（最高级别父对象）使用黑色的圆点表示，而进行旋转操作的点用粉红色的“×”表示。

- a) 在空白区域新建点 K;
- b) 以 K 为起点, d 为长度新建线段 k, 线段的另一端点为 L;
- c) 以 f 为半径, 分别以点 K 和 L 为圆心构造圆, 取一交点为 M;
- d) 构造三角形 KLM, 并在【属性】中设置为『辅助对象』;
- e) 隐藏此形状制作过程中的辅助构造;
- f) 隐藏点 M 和 L 的标签, 并根据需要对形状和颜色等进行修改。此处, 将点 K 设置为黑色圆点, 将 L 点的形状设置为粉红色的“×”;
- g) (由制作过程可知), 在三角形 KLM 中, 点 K 为最高级别的父对象, 可以通过移动点 K 来移动该形状(实际上将属性设置为『辅助对象』后, 点击形状移动时, 自动变为对点 K 的移动);
- h) 移动点 L, 可以实现形状围绕点 K 的转动。



47. 用类似的方法制作其它形状;
48. 最后, 隐藏构造过程中公用的辅助构造;
49. 改变每个形状的颜色以改善效果;
50. 将拼图题目的目标形状(如右图的“猫”)用“插入图片”的方式插入到绘图区;
51. 然后将制作的七巧板拼图游戏导出为动态活页练习。
(可参考 A_4d_tangram_puzzle_cat.html)



跋

在转入教学工作后，期望能够找到一种简捷的课件制作工具软件。希望找到的工具软件对教师和学生来说都很容易学会，可以满足中学和大学的“教”与“学”的需要。在用于制作课堂常规内容的教学课件的同时，也可以用来方便地分析和探讨一些问题，特别是，可以帮助空间抽象思维能力不够强的同学分析问题。

最初碰到的是《几何画板》软件，很方便地制作了一些课件，但是在物理教学中使用还是有许多不便之处。后来，偶然的机会，在 Ubuntu 系统中浏览教育软件时，找到了 Geogebra，试用后发现正是自己所期望的软件。

让我非常喜欢这个软件的最主要因素是 Geogebra 开发团队的奉献精神。

但是，或许是自己搜索的不够充分，在网上没有找到中文简体的入门教程，故而作为对 Geogebra 开发团队和我成长过程中给予我教导的人们的感谢，将英文入门教程抽空翻译为中文，以方便使用简体中文的用户学习。

由于水平有限和时间因素，翻译中存在的不足很多，就使用的文本格式来说就不是很统一，但是，相信不会影响使用效果。抛砖引玉，望大家共同参与和努力，不甚感激！

2010 年 12 月 11 日